

Quadratische Gleichungen Die Lösungsformel

Variante mit
Lösungsformel

Eine quadratische Gleichung der Form $ax^2 + bx + c = 0$ mit $a \neq 0$ hat die Lösungen

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} \quad \text{mit } D = b^2 - 4ac \quad \text{als Diskriminante}$$

Dabei gilt:

- $D > 0$
⇒ zwei Lösungen
- $D = 0$
⇒ eine Lösung
- $D < 0$
⇒ keine Lösung

1. Lösen Sie folgende Gleichungen mithilfe der Lösungsformel:

a) $2x^2 + 4x - 8 = 0$ *Das Minus gehört als $\sqrt{2}$ zur 8*

$a = 2$ $D = b^2 - 4ac$
 $b = 4$ $= 4^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-8) = 80$
 $c = -8$ $D > 0 \Rightarrow 2 \text{ Lösungen}$

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-4 \pm \sqrt{80}}{2 \cdot 2}$ $x_1 = -3,24$
 $x_2 = 1,24$
 $\mathbb{L} = \{-3,24; 1,24\}$

b) $-0,5x^2 - 3x - 4,5 = 0$

$a = -0,5$ $D = b^2 - 4ac$
 $b = -3$ $= (-3)^2 - 4 \cdot (-0,5) \cdot (-4,5) = 0$
 $c = -4,5$ $D = 0 \Rightarrow 1 \text{ Lösung}$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-3) \pm \sqrt{0}}{2 \cdot (-0,5)}$ $x = -3$
 $\mathbb{L} = \{-3\}$

c) $-2x^2 - x = -5x + 6$ $1 + 5x - 6$

$-2x^2 + 4x - 6 = 0$

$a = -2$ $D = b^2 - 4ac$
 $b = 4$ $= 4^2 - 4 \cdot (-2) \cdot (-6) = -32$
 $c = -6$ $D < 0 \Rightarrow \text{keine Lösung}$

$\mathbb{L} = \{ \} = \emptyset$

Löse die Gleichung immer nach dem gleichen, vorgegebenen Schema; das hilft Dir, die einzelnen Schritte zu verinnerlichen

Alternativ:

$$x = \frac{-b}{2a}$$

Wahl $D=0$

Hier musst du die Gleichung zuerst umstellen ...

Ziel:

alle Terme auf eine Seite bringen → „gleich Null stellen“

2. Lösen Sie nun folgende Gleichungen auf dieselbe Weise in Ihrem Heft:

a) $0,25x^2 - 4x + 4 = 0$

d) $-2x^2 - 2 = x - 2$

b) $-2x^2 + 4x = 2$

e) $1,25x^2 - 3x = -2x - 0,2$

c) $-2x^2 - 2 = 1$

f) $x^2 - 2x + 3 = -x^2 + 2x$

2. Lösen Sie nun folgende Gleichungen auf dieselbe Weise in Ihrem Heft:

a) $0,25x^2 - 4x + 4 = 0$

d) $-2x^2 - 2 = x - 2$

b) $-2x^2 + 4x = 2$

e) $1,25x^2 - 3x = -2x - 0,2$

c) $-2x^2 - 2 = 1$

f) $x^2 - 2x + 3 = -x^2 + 2x$

a)

$$0,25x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$a = 0,25$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$b = -4$$

$$= (-4)^2 - 4 \cdot 0,25 \cdot 4 = 12$$

$$c = 4$$

$D > 0 \Rightarrow 2 \text{ Lösungen}$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{12}}{2 \cdot 0,25}$$

$$x_1 \approx 1,07$$

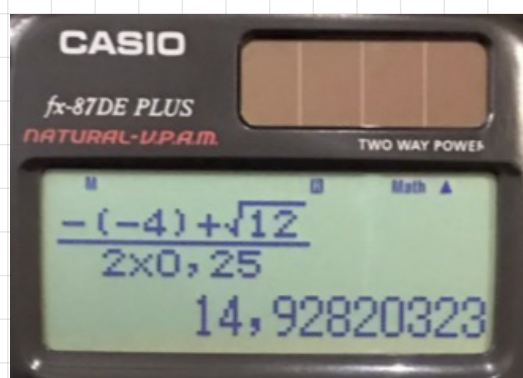
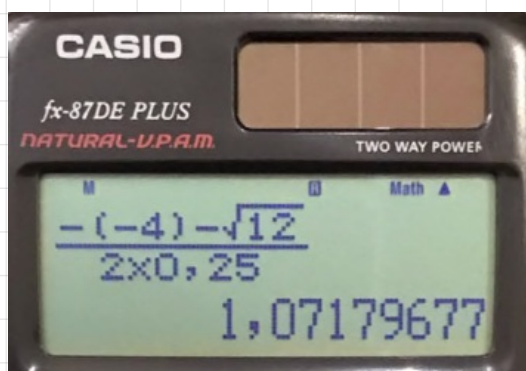
$$x_2 \approx 14,93$$

$$\mathbb{L} = \{1,07; 14,93\}$$

Eingabe in den Taschenrechner CASIO fx-87DE

für die 1. Lösung

für die 2. Lösung



b)

$$-2x^2 + 4x = 2 \quad | -2$$

$$-2x^2 + 4x - 2 = 0$$

$$a = -2 \quad D = b^2 - 4ac$$

$$b = 4 \quad = 4^2 - 4 \cdot (-2) \cdot (-2) = 0$$

$$c = -2 \quad D = 0 \Rightarrow 1 \text{ Lösung}$$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2 \cdot (-2)} = \underline{\underline{1}} \quad \underline{\underline{L = \{1\}}}$$

c)

$$-2x^2 - 2 = 1 \quad | -1$$

$$-2x^2 - 3 = 0$$

$$a = -2 \quad D = b^2 - 4ac$$

$$b = 0 \quad = 0^2 - 4 \cdot (-2) \cdot (-3) = -24$$

$$c = -3 \quad D < 0 \Rightarrow \text{keine Lösung} \quad \underline{\underline{L = \emptyset}}$$

d)

$$-2x^2 - 2 = x - 2 \quad | -x \quad | +2$$

$$-2x^2 - x = 0$$

$$a = -2 \quad D = b^2 - 4ac$$

$$b = -1 \quad = (-1)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 0 = 1$$

$$c = 0 \quad D > 0 \Rightarrow 2 \text{ Lösungen}$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{1}}{2(-2)} \quad \underline{\underline{x_1 = -0,5}}$$

$$\quad \quad \quad \underline{\underline{x_2 = 0}}$$

$$\underline{\underline{L = \{-0,5; 0\}}}$$

e)

$$1,25x^2 - 3x = -2x - 0,2$$

$$| +2x + 0,2$$

$$1,25x^2 - x + 0,2 = 0$$

$$a = 1,25$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$b = -1$$

$$= (-1)^2 - 4 \cdot 1,25 \cdot 0,2 = 0$$

$$c = 0,2$$

$$D = 0 \Rightarrow 1 \text{ Lösung}$$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-1)}{2 \cdot 1,25} = \underline{\underline{0,4}}$$

$$\underline{\underline{L = \{0,4\}}}$$

f)

$$x^2 - 2x + 3 = -x^2 + 2x$$

$$| +x^2 - 2x$$

$$2x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$a = 2$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$b = -4$$

$$= (-4)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = -8$$

$$c = 3$$

$$D < 0 \Rightarrow \text{keine Lösung}$$

$$\underline{\underline{L = \emptyset}}$$